

UN PEU DE TANGENTE HYPERBOLIQUE, UN PEU DE CONVEXITÉ (INDICATIONS)

1 APPROXIMATIONS RATIONNELLES DE LA TANGENTE HYPERBOLIQUE

- 1)
- 2) a)
b)
- 3) a) Récurrence double.
b) Récurrence double pour la stricte monotonie.
- 4) a)
b) Un mélange de récurrence double et de question 1).
c)
- 5) a)
b) $|pQ_n(1) - qP_n(1)|$ est un entier.
c)

Bonus : Pour montrer l'irrationalité de e^r pour tout $r \in \mathbb{Q}^*$, il suffit de savoir le faire pour tout $r \in \mathbb{Q}_+^*$, disons $r = \frac{a}{b}$ avec $a, b \in \mathbb{N}^*$. Imiter pour cela la preuve précédente. Hélas, $|pQ_n(r) - qP_n(r)|$ n'est pas un entier a priori. En revanche, P_n et Q_n sont de degré inférieur à n pour tout $n \in \mathbb{N} \dots$

2 QUELQUES INÉGALITÉS DE CONVEXITÉ

- 1) a) $\frac{y}{y+y'} + \frac{y'}{y+y'} = 1$.
b)
- 2)
- 3) a)
b)